Ejercicios para entregar

Tarea 2.

1. Sea $(a_n)_n$ una sucesión de números reales no negativos (esto es, $a_n \geq 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$).

   a) Supongamos que existe $\alpha > 1$ tal que la sucesión $(n^\alpha\ a_n)$ es acotada. Probar que $\sum a_n$ converge.

   b) Supongamos que existe $\alpha \leq 1$ tal que la sucesión $(n^\alpha\ a_n)$ converge a $L \neq 0$. Probar que $\sum a_n$ diverge.

2. Sea $(a_n)_n$ una sucesión de números reales no negativos (esto es, $a_n \geq 0$ para todo $n \in \mathbb{N}$). Probar que

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ converge} \iff \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n} \text{ converge.}$$